



2010

MANUAL DE LABORATORIO DE FUNDAMENTOS DE FENÓMENOS DE TRANSPORTE

INTRODUCCIÓN A LOS FENÓMENOS DE TRANSPORTE



Ing. Martha Elena García Ruíz

Ing. Juanita Eloisa Cárdenas Rivas

ESIQIE - IPN

CONTENIDO

	pag
I. Transferencia de Momentum	1
1.1 Introducción	
1.2 Definiciones	
1.3 Propiedades de los Fluidos	
II. Transferencia de Energía	22
2.1 Introducción	
2.2 Transporte Molecular de Energía. Ley de Fourier de la conducción de calor	
2.3 Transporte de Energía Convectiva	
2.4 Trabajo Asociado con Movimientos Moleculares	
2.5 Conducción de Calor en una Aleta de Enfriamiento	
III. Transferencia de Masa	31
3.1 Introducción	
3.2 Primera Ley de Fick	
3.3 Celdas de Difusión	
3.4 Teoría de la Película, para la Transferencia de Masa	
3.5 Coeficientes de Transferencia de Masa	
Bibliografía y apéndice	50

1. TRANSFERENCIA DE MOMENTUM

1.1 Introducción

Los procesos de Ingeniería Química involucran el manejo de fluidos, como es su transporte, bombeo, almacenamiento, etc. Debido a que los fluidos se deforman al ejercer fuerza sobre ellos, estos fluyen y con ello se hace posible su manejo. La transferencia de movimiento, *momentum*, se ocupa de establecer las leyes que gobiernan el flujo por medio de balance fuerzas que actúan sobre el fluido. Cabe mencionar que es la Reología, la disciplina de la física encargada de estudiar la deformación y el flujo de los materiales (considerados como sólidos y fluidos) justificando su conducta por medio de ecuaciones constitutivas que definen su comportamiento. De esta forma el estudio de la Transferencia de Momentum aporta a la Reología y a la Mecánica de fluidos los elementos para desarrollar estas ecuaciones constitutivas y con ello resolver los problemas relacionados con el flujo de materiales.

1.2 Definiciones

La Mecánica de Fluidos estudia los fluidos en movimiento, “Dinámica de Fluidos”, y en reposo “Estática de Fluidos” y consecuentemente el efecto que los fluidos tienen sobre las fronteras y superficies sólidas. Un fluido responde a cualquier esfuerzo, por ejemplo tangencial o normal, teniendo como resultado el movimiento o flujo del material.

El esfuerzo se define como la razón de la fuerza aplicada a un cuerpo sobre el área donde actúa, matemáticamente,

$$\tau = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_t}{\Delta A} \quad \dots 1.1$$

donde:

τ , es el esfuerzo.

A, es el área donde actúa la fuerza.

F_t , es el componente tangencial de la fuerza.

Cuando un fluido está expuesto a un corte simple, (en la sección 1.3 se discutirá más ampliamente este concepto), se dice que el esfuerzo al que se ve sometido es un “Esfuerzo Cortante” y se define como:

$$\tau = \frac{\text{Fuerza de corte}}{\text{Área tangencial}} = \frac{F}{A} \quad \dots 1.2$$

En ingeniería se considera un fluido como un “**Continuo**”. Desde un punto de vista microscópico un fluido es un agregado de moléculas con grandes espacios entre ellas, comparado con el diámetro de las mismas; así también las moléculas no están fijas y se mueven libremente y por tanto la densidad no puede especificarse para un volumen dado. Sin embargo, en el continuo se considera un volumen a nivel macroscópico, Figura 1, donde estas variaciones de la densidad son imperceptibles, lo que hace posible definir la densidad de un fluido como,

$$\rho = \lim_{\delta v \rightarrow \delta v^*} \left(\frac{\delta m}{\delta v} \right) \quad \dots 1.3$$

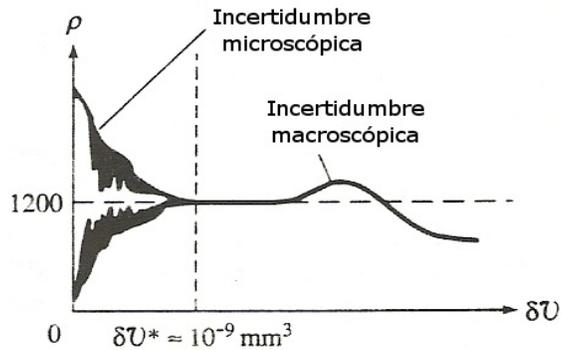
siendo:

δm , masa molecular, para un volumen dado.

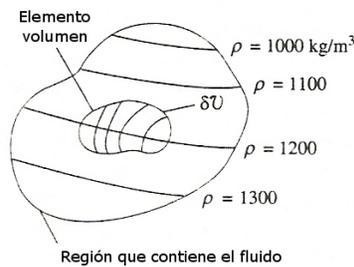
δv y δv^* volumen límite por debajo del cual las variaciones moleculares pueden ser importantes, pero que por encima de este valor se consideran despreciables.

TRANSFERENCIA DE MOMENTUM

A presión atmosférica se observa que el valor límite de δv^* es de 10^{-9} mm^3 para líquidos y gases.



(b)



(a)

Figura 1.1 (a,b) Definición de la densidad límite del continuo

Las dimensiones más usadas en Mecánica de Fluidos es la masa, longitud, tiempo y temperatura y definitivamente la dimensión secundaria más importante es la fuerza, que se obtiene a partir de la segunda Ley de Newton (1642 -1727),

$$\sum F = \frac{D}{Dt} \int V \rho dV \quad \dots 1.4$$

También conocida como:

$$F = m \cdot a \quad \dots 1.5$$

TRANSFERENCIA DE MOMENTUM

si V y ρ son constantes, en todo el sistema, y, D/Dt proporciona el cambio de velocidad.

Como el flujo obedece a un campo de fuerzas aplicado, la segunda Ley de Newton es básica en la aplicación de los balances de momentum. Las unidades más conocidas son: Newton, Kg_f y lb_f.

Otra cantidad importante que deriva de la fuerza es la presión en un fluido (Figura 1.2), lo que se define como:

$$P = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_n}{\Delta A} \quad \dots 1.6$$

siendo,

F_n , es la fuerza normal de compresión.

A , es el Área sobre la que actúa F_n

Las unidades más comunes son N/m² (Pa), lbs/in² y Kg_f/cm². En ingeniería se usa una escala convencional para calcular la Presión Absoluta, (Figura 1.2), considerada como,

$$P_{abs} = P_{atm} + P_{man} \quad \dots 1.7$$

Donde:

P_{atm} , es la presión atmosférica

P_{man} , es la presión manométrica

TRANSFERENCIA DE MOMENTUM

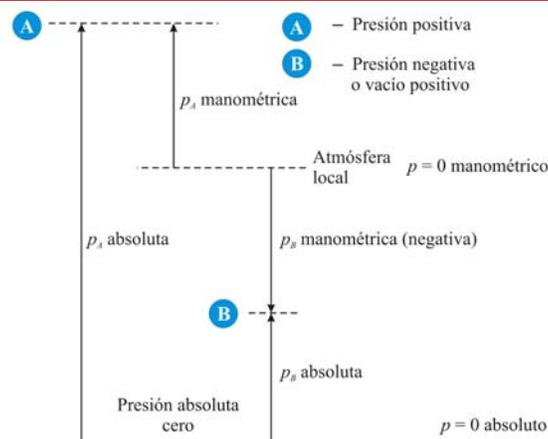


Figura 1.2. Escala convencional para determinar la presión absoluta

En estática de fluidos, el principio de Pascal establece la presión en un punto del fluido en reposo debido a una profundidad ph dada, en la masa continua del fluido, a esto se le conoce como la ecuación hidrostática, ecuación 1.8.

$$P_{abs} = P_{atm} + \rho gh \quad \dots 1.8$$

Donde:

P_{abs} , es la presión absoluta

P_{atm} , es la presión atmosférica

ρ , es la densidad del fluido.

1.3 Propiedades de los fluidos

Como ya se había mencionado en la explicación del continuo, la densidad es una propiedad de los fluidos, y se relaciona con el **peso específico**, γ , con la ecuación 1.9.

$$\gamma = \rho g \quad \dots 1.9$$

TRANSFERENCIA DE MOMENTUM

donde g , es el valor de la gravedad local, las unidades más comunes son N/m^3 . Para el agua su valor es de $9800 N/m^3$.

La **gravedad específica**, S , definida como la relación de la densidad de una sustancia con la del agua a la temperatura de $4\text{ }^\circ\text{C}$.

$$S = \frac{\rho}{\rho_{H_2O}} \quad \dots 1.10$$

La **tensión superficial** es una propiedad que resulta de las fuerzas atractivas entre las moléculas. Esta propiedad se manifiesta generalmente en la interfase entre un gas y un líquido; también cuando se manejan los líquidos inmiscibles, como el agua y un aceite. Las unidades más comunes para la tensión superficial son, N/m y lb/pie , calculándose experimentalmente con la ecuación 1.11.

$$\sigma = \frac{h\gamma D}{4\cos\beta} \quad \dots 1.11$$

Donde:

σ , es la tensión superficial

h , es la altura de elevación del líquido

β , es el ángulo de contacto con el tubo

D , es el diámetro del capilar

γ , es el peso específico del fluido

Un fenómeno derivado de la tensión superficial es la **capilaridad**, en la que se observa el ascenso de un fluido por un conducto pequeño o capilar. Figura 1.3

TRANSFERENCIA DE MOMENTUM

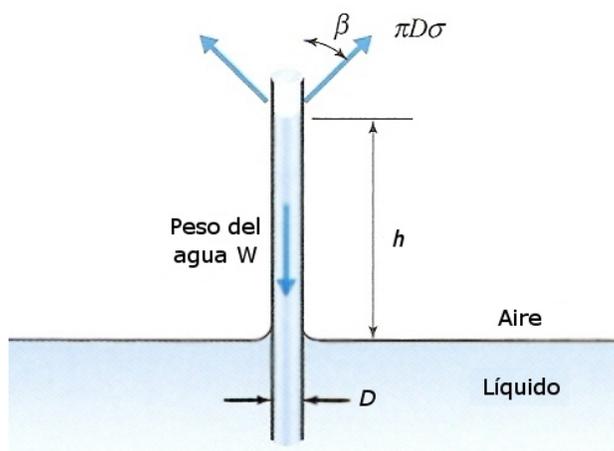


Figura 1.3. Efecto de la Tensión superficial sobre la capilaridad

Las propiedades que dependen de la masa se denominan *Extensivas*, es tanto las que no dependen de ella se conocen como *Intensivas*. La temperatura y presión son cantidades Intensivas.

La **Viscosidad** de los fluidos juega un papel muy importante en ingeniería, ya que influye fuertemente en las pérdidas de energía en el transporte de los fluidos a través de ductos, tubos y canales. La viscosidad se le define como la resistencia al flujo. Para una mayor comprensión de esta propiedad, considere que en la figura 1.4 se encuentra un fluido entre dos placas el cual es sometido a un corte simple, por la aplicación de una fuerza tangencial ejercida sobre la placa inferior. Cuando se alcanza el régimen permanente se establece un perfil de velocidades, $v_x(y)$, que muestra que la razón de la fuerza ejercida por unidad de área, τ_{yx} , es proporcional al valor de la razón de la velocidad a la distancia de separación, Y , entre las placas, es decir,

$$\frac{F}{A} = -\mu \left[\frac{\Delta v}{\Delta y} \right] \quad \dots 1.12$$

La ecuación 1.12 se puede escribir como, $\tau_{xy} = -\mu \frac{dv_x}{dy}$.. 1.13

TRANSFERENCIA DE MOMENTUM

A la expresión 1.13, se le conoce como la Ley de Newton de la viscosidad. Los fluidos que observan este comportamiento se les llama fluidos newtonianos

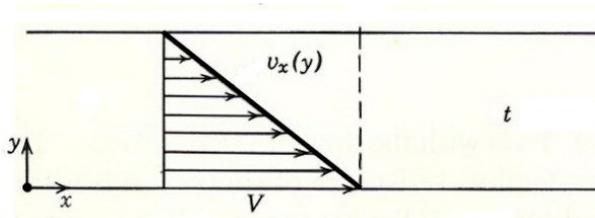


Figura 1.4. Flujo Laminar entre dos placas

La viscosidad es dependiente de la temperatura para cada tipo de fluido y para los gases es además dependiente de la presión. Las unidades más comunes son: Pa-s;

$$\text{poise} = \frac{\text{g}}{\text{cm}\cdot\text{s}} \text{ ó } \frac{\text{lb}}{\text{pie}\cdot\text{s}}$$

Los fluidos no newtonianos más comunes son pastas, suspensiones, emulsiones, polímeros fundidos, etc. La figura 1.5 muestra el comportamiento de una curva de flujo de diversos materiales, y maneja el esfuerzo de corte como función del gradiente de velocidad, dv_x/dy , conocido también como rapidez de corte.

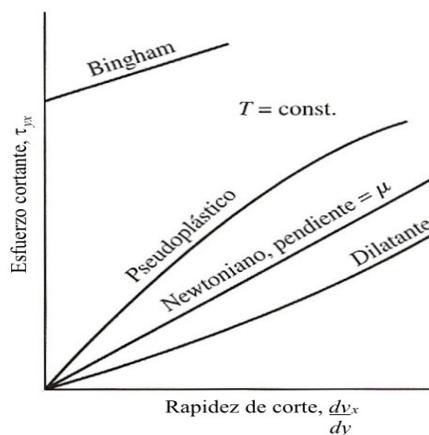


Figura 1.5. Tipos de fluidos

La viscosidad cinemática se define como, $\nu = \frac{\mu}{\rho}$, y se considera el coeficiente de transporte de momentum, siendo sus dimensiones, L^2/θ , y sus unidades más comunes, cm^2/s , m^2/s , ft^2/s .

Para ilustrar los valores de la viscosidad de diferentes fluidos, en la tabla 1.1 se presenta la viscosidad en función de la temperatura.

Tabla 1.1. Viscosidades de gases y líquidos.

Fluido	Viscosidad, cp
Aire a 20°C y 1 atm	0.01813
Agua a 20°C	1.0019
Metano a 20°C y 1 atm	0.0109
Glicerol a 20°C	1069
Mercurio (gas) a 380°C y 1 atm	0.0654
Sodio líquido a 250°C	0.381
H ₂ SO ₄ , 25°C	19.15

1.4. Tipos de Flujo y Número de Reynolds

Las moléculas de un fluido además de ejercer entre sí acciones mutuas, al interaccionar fuerzas, pueden tener diferentes velocidades y estar sujetas a distintas aceleraciones que obedecen a las leyes de la dinámica de los fluidos en movimiento.

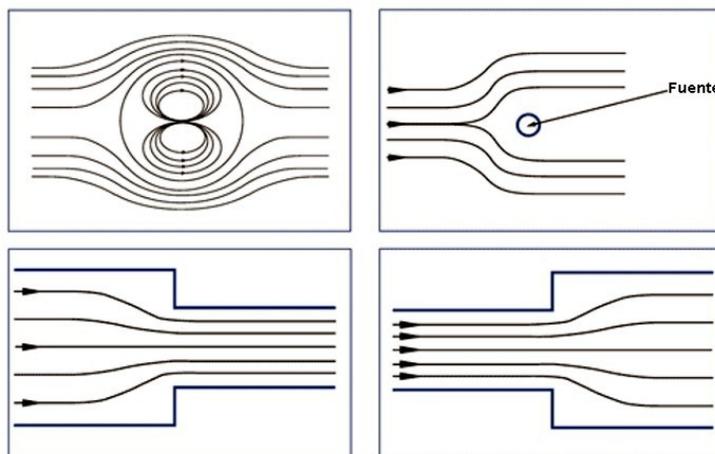
Como ya se había mencionado, la dinámica de los fluidos es una parte de la reología que a su vez se divide en Hidrodinámica y Aerodinámico.

TRANSFERENCIA DE MOMENTUM

El movimiento de un fluido se define por un **Campo Vectorial** de velocidades correspondientes a las partículas del fluido; y un **Campo escalar** de presiones en función de la posición y del tiempo a distintos puntos del mismo, por lo que en cada instante se puede definir en cada punto de espacio un vector velocidad. El conjunto de todos estos vectores constituyen un campo vectorial de velocidades.

A la trayectoria seguida por las partículas del fluido se la llama **línea de flujo** o **línea de corriente**, figura 1.6. El vector velocidad es tangente a la línea de corriente en todos los puntos del flujo. No hay flujo a través de una línea de corriente, sino a lo largo de ella, indicando la dirección que lleva el fluido en cada punto.

Se define como **Tubo de Corriente** a una porción del flujo formado por todas las líneas de corriente que cruzan transversalmente a una determinada pequeña área.



Diagramas:

Arriba: *Patrones de línea de corriente combinados*

Abajo: *Patrones de línea de corriente para contracción y alargamiento súbito*

Figura 1.6. Líneas y tubos de corriente

Flujo Estacionario.

En este tipo de flujo, las variables que lo caracterizan no dependen del tiempo, es decir la trayectoria de las partículas es la propia línea de corriente y no puede haber líneas de

corriente que pasen por el mismo punto, esto es que las líneas de corriente no se pueden cruzar.

Flujo Uniforme

La velocidad de la partículas es la misma en cualquier instante y por tanto la velocidad no depende de la posición de la partícula.

Flujo Incompresible

Cuando se comprime un fluido y no cambia la densidad, se dice que un fluido es de flujo incompresible.

Flujo Laminar y Turbulento

Un flujo es laminar cuando sus partículas se mueven a lo largo de trayectorias suaves o atenuadas en forma de láminas o capas de manera que una capa se desliza suavemente sobre la otra capa adyacente, es el caso antes citado como la ley de Newton de la viscosidad.

Un flujo es turbulento cuando las partículas se mueven en trayectorias irregulares que causan colisiones entre las mismas produciendo intercambio de cantidad de movimiento, véase la figura 1.7 y tabla 1.2. La turbulencia genera esfuerzos cortantes importantes causando pérdida de energía en el flujo.

TRANSFERENCIA DE MOMENTUM

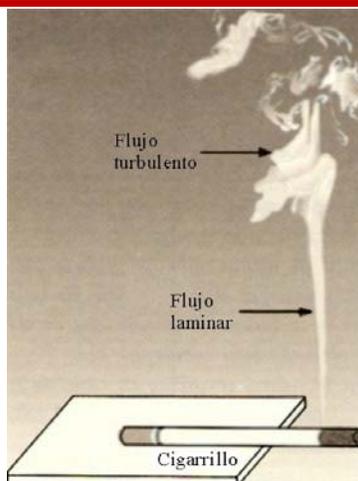
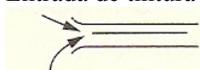
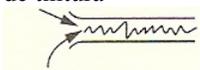


Fig. 1.7. Flujos laminar y turbulento (ref)

Tabla 1.2. Flujos laminar, transición y turbulento (ref)

	Tipo de flujo		
	Laminar	Transición	Turbulento
Comportamiento de la trayectoria del colorante	Entrada de tintura  Flujo	Oscila entre laminar y turbulento	Entrada de tintura  Flujo
Caida de presión proporcional al número de Reynolds	$Q^{1.0}$ $< 2\ 000$	Oscila desde un valor a otro, muy difícil de medir $\approx 2\ 000$ a $4\ 000$	$Q^{1.8}$ (Tuberías muy lisas) a $Q^{2.0}$ (Tuberías muy rugosas) $> 4\ 000$

En 1873 el matemático Osborne Reynolds, realizó un estudio experimental y teórico sobre la transición a la turbulencia de fluidos conducidos por el interior de tuberías. Los resultados obtenidos por Reynolds aun son objeto de estudio y discusión. El régimen de flujo es muy importante desde el punto de vista de ingeniería, ya sea para favorecer el transporte de masa con un régimen turbulento en el diseño de equipo, o bien, en aplicaciones de aeronáutica donde la turbulencia se forma por el fuerte viento que rodea al fuselaje de un avión. En meteorología el régimen de los vientos es información básica para la predicción del clima.

TRANSFERENCIA DE MOMENTUM

En los experimentos que realizó Reynolds, reportó que bajo condición de flujo laminar del agua en una tubería de distintos diámetros, la velocidad es mayor en el centro y nula en las paredes. Él concluyó también que la transición a la turbulencia sucedía cuando el resultado de multiplicar la velocidad máxima, v , por el radio de la tubería, r , y dividiendo, por la viscosidad cinemática del fluido, ν , adoptaba un valor numérico que estaba relacionados con el tipo de régimen. Actualmente a este número se le conoce como el Número de Reynolds, que para el caso de tuberías circulares tiene la forma,

$$Re = \frac{Dv\rho}{\mu} = \frac{Dv}{\nu} \quad \dots 1.14$$

donde:

D , es el diámetro de la tubería

Así pues, lo que define el régimen, ya sea laminar o turbulento, no son los parámetros separados, la v , D , o μ , sino su conjunto, como lo muestra la ecuación 1.14. Reynolds uso en sus experimentos un colorante para detectar el cambio de flujo laminar a turbulento.

1.5. Flujo a través de un tubo, Ley de Hagen – Poiseuille

El físico alemán Gotthilf Heinrich Ludwig Hagen y el fisiólogo francés Jean Louis Marie Poiseuille estudiaron, en forma separada, el flujo a través de ductos circulares. Ellos encontraron, en 1839, que el flujo a régimen laminar muestra un perfil parabólico en la distribución de velocidades, Figura 1.8, aquí aparecen los perfiles de velocidad en un corte y su representación sólida en el espacio. Esta ley queda expresada en términos del caudal y como,

$$Q = \frac{\pi(P_0 - P_L)R^4}{8\mu L} \quad \dots 1.15$$

TRANSFERENCIA DE MOMENTUM

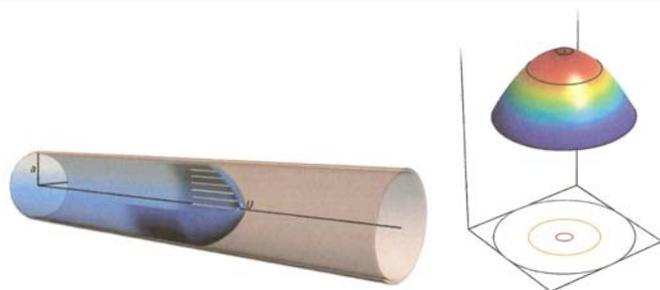


Figura 1.8. Perfil parabólico de velocidad del flujo de Hagen – Poiseuille en una tubería de radio a .

La ecuación 1.15 puede ser obtenida a partir de un balance de envoltura o bien aplicando las ecuaciones de cambio (véase apéndice). Para realizar el balance a partir de las ecuaciones de cantidad de movimiento en coordenadas cilíndricas, considere un tubo de radio R y longitud L , Figura 1.9, en el cual se desarrolla un flujo laminar y en estado estacionario. El fluido es newtoniano con densidad, ρ , y viscosidad, μ , y el flujo se lleva a cabo en condiciones isotérmicas. El tubo está orientado en dirección del eje z , y se desprecian efectos de entrada y salida. A lo largo del tubo se tiene una diferencia de presiones desde P_0 a P_L .

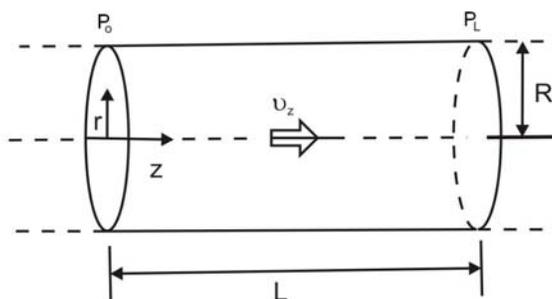


Figura. 1.9. Flujo a través de un tubo horizontal

Tomando en cuenta lo anterior, las consideraciones para el balance son:

- 1) Coordenadas cilíndricas
- 2) Régimen laminar permanente, $\frac{\partial}{\partial t} = 0$

TRANSFERENCIA DE MOMENTUM

- 3) Fluido newtoniano con $\mu = \text{cte}$.
- 4) Flujo unidireccional z.
 $\therefore v_z \neq 0$; $\{v_r, v_\theta \text{ y derivadas}\} = 0$; $v_z = v(r)$
- 5) Simetría en dirección θ ; $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$
- 6) No se consideran los efectos de entrada ó salida.

Aplicando la Ecuación de Continuidad, en coordenadas cilíndricas, se tiene:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho v_\theta) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z) = 0 \quad \dots(1.16)$$

como,

$$\rho = \text{cte} \Rightarrow \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad \text{ó} \quad v_z \neq v_z(z)$$

Así, la ecuación de conservación de la masa resulta,

$$\left(\vec{\nabla} \cdot \vec{v} \right) = 0 \quad \dots(1.17)$$

Distribución de esfuerzos

Para obtener la distribución del esfuerzo cortante además de las consideraciones antes citadas, se establece un flujo completamente desarrollado. De esta forma aplicando la ecuación 1.31, para el tubo en posición horizontal y despreciando las fuerzas debidas a la gravedad, se obtiene la cantidad de movimiento expresada sólo con la componente z, ($v_z \neq 0$) por,

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \tau_{rz}) = - \frac{dp}{dz} \quad \dots(1.18)$$

TRANSFERENCIA DE MOMENTUM

En la ecuación anterior, el primer término es sólo función de r , mientras que el término de la derecha es función únicamente de z . Por lo anterior para que exista una solución, cada lado de la igualdad debe ser una constante A .

En el caso que estamos considerando, el cambio de la presión con respecto a la coordenada z es lineal ya que el flujo está totalmente desarrollado, por lo que :

$$\frac{dp}{dz} = \frac{P_L - P_0}{L} \quad \dots(1.19)$$

siendo, $P_L < P_0$; así $\frac{dp}{dz}$ es negativo.

Sustituyendo la ecuación 1.18 en la 1.19,

$$\frac{d}{dr}(r\tau_{rz}) = \left(\frac{P_0 - P_L}{L}\right)r \quad \dots(1.20)$$

Ahora, introduciendo la condición en la frontera

$$C.F.1 \quad 0 \leq r \leq R \quad , \quad \tau_{rz} = \text{finito}$$

Separando variables e integrando (1.20),

$$\tau_{rz} = \frac{\Delta P}{2L}r + \frac{C_1}{r}; \quad \text{donde} \quad \Delta P = P_0 - P_L \quad \dots(1.21)$$

Es evidente que la ec. 1.21 no cumple con la C.F.1 en $r=0$, por lo que necesariamente $C_1=0$, entonces,

$$\tau_{rz} = \frac{\Delta P}{2L}r \quad \dots(1.22)$$

TRANSFERENCIA DE MOMENTUM

La ecuación 1.22, da la distribución del esfuerzo cortante, y es de tipo lineal. Los valores de extremo son los siguientes:

$$r = 0; \quad \tau_{rz}|_{r=0} = 0 \quad (\text{mínimo})$$

$$r = R; \quad \tau_{rz}|_{r=R} = \tau_w = \frac{\Delta P \cdot R}{2L} \quad (\text{máximo})$$

El primero corresponde al centro o eje axial del tubo, mientras que el segundo es el valor en la pared. Esta distribución se muestra en la Figura 1.8.

Distribución de velocidades.

El perfil de velocidades se obtiene de la ecuaciones 1.32 a la 1.34, para coordenadas cilíndricas en términos de los gradientes de velocidad, considerando la componente z , ($v_z \neq 0$), $v_z = v_z(r)$,

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \rho g_z \\ + \mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad \dots(1.23)$$

Como se aprecia las componentes de la velocidad, v_r y v_θ , deben eliminarse, y la ecuación 1.23 se convierte en,

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv_z}{dr} \right) = - \frac{1}{\mu} \left(\frac{dp}{dz} \right) \quad \dots(1.24)$$

TRANSFERENCIA DE MOMENTUM

de la ecuación 1.19,

$$\frac{dp}{dz} = \frac{\Delta P}{L} \quad \dots(1.25)$$

entonces,

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dv_z}{dr} \right) = -\frac{\Delta P}{\mu L} \cdot r \quad \dots(1.26)$$

y usando los valores en la frontera:

$$\text{C.F.2} \quad r = 0; \quad \tau_{rz}|_{r=0} = -\mu \frac{dv_z}{dr} = 0 \quad \text{ó} \quad \frac{dv_z}{dr} = 0$$

$$\text{C.F.3} \quad r = R; \quad v_z = 0$$

integrando (1.26) y reorganizando,

$$\frac{dv_z}{dr} = -\frac{\Delta P}{2\mu L} \cdot r + \frac{C_2}{r} \quad \dots(1.27)$$

la C.F.2 se cumple si $C_2=0$; por lo que:

$$\frac{dv_z}{dr} = -\frac{\Delta P}{2\mu L} \cdot r \quad \dots(1.28)$$

integrando nuevamente,

$$v_z = -\frac{\Delta P}{4\mu L} r^2 + C_3 \quad \dots(1.29)$$

substituyendo en (1.30) la C.F.3

$$0 = -\frac{\Delta P R^2}{4\mu L} + C_3 \quad \Rightarrow \quad C_3 = \frac{\Delta P R^2}{4\mu L}$$

substituyendo C_3 en (1.29) y factorizando, lleva a

$$v_z = \frac{(P_0 - P_L)R^2}{4\mu L} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad \dots(1.30)$$

esta distribución de velocidades es de tipo parabólico y se muestra en la Figura 1.10.

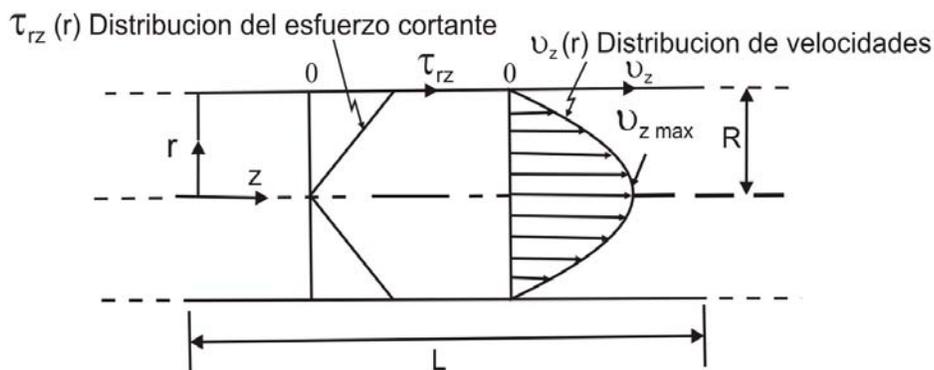


Figura 1.10. Distribución del esfuerzo cortante y de la velocidad en un tubo circular en régimen permanente y flujo laminar.

Velocidad máxima, $v_{z \max}$

Claramente, el valor máximo de la velocidad se tiene cuando $r=0$:

TRANSFERENCIA DE MOMENTUM

$$v_{z \max} = v_z|_{r=0} = \frac{(P_0 - P_L)R^2}{4\mu L} \quad \dots(1.31)$$

e incluso $\tau_{rz} = 0$; $\left(\frac{dv_z}{dr} = 0\right)$. Es decir, para una posición dada:

$$\text{Si } \tau_{rz} = 0 \quad \therefore \frac{dv_z}{dr} = 0 \quad \Rightarrow \quad v_z = v_{z \max}$$

Velocidad media, $\langle v_z \rangle$

$$\text{sea: } S = \pi R^2 \quad dS = r \, dr \, d\theta$$

entonces la velocidad media,

$$\langle v_z \rangle = \frac{\int_S v_z(S) dS}{\int_S dS} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^R v_z r \, dr \, d\theta}{\int_0^{2\pi} \int_0^R r \, dr \, d\theta} = \frac{(P_0 - P_L)R^2}{8\mu L} \quad \dots(1.32)$$

Gasto volumétrico, Q.

La ecuación de Hagen-Poiseuille se aplica al caudal, Q, y se obtiene del valor de la velocidad media aplicada al gasto volumétrico,

$$Q = S \cdot \langle v_z \rangle = \pi R^2 \cdot \frac{(P_0 - P_L)R^2}{8\mu L} = \frac{\pi(P_0 - P_L)R^4}{8\mu L} \quad \dots(1.33)$$

Esta ecuación relaciona el gasto volumétrico o caudal con el gradiente de presión que se requiere para hacer fluir al material.

TRANSFERENCIA DE MOMENTUM

La ecuación 1.33 se puede combinar con la ecuación 1.22 aplicando el esfuerzo en la pared,

$\tau_w = \mu \dot{\gamma}_w = \Delta PR/2L$, y se obtiene la rapidez de corte en función del gasto volumétrico,

$$\dot{\gamma}_w = \frac{32Q}{\pi D^3} \quad \dots(1.34)$$

Esta expresión es útil para el trazo de la curva de flujo, usando los datos experimentales, ΔP y Q , en reómetros de capilar.

2. TRANSFERENCIA DE ENERGÍA

2.1 Introducción

El transporte de energía, al igual que el transporte de cantidad de movimiento o momentum, se puede observar a nivel molecular, por el movimiento de las moléculas que constituyen un cuerpo o fluido (*conducción*) y el transporte convectivo, debido al movimiento global de un fluido, esta forma de transporte depende de la densidad del fluido. Otro mecanismo, es el de radiación que es distinto a los anteriores, ya que esta forma de transporte no requiere de un medio material como sí lo requieren la conducción y la convección.

2.2 Transporte molecular de energía. Ley de Fourier de la Conducción de Calor

El transporte de calor por conducción se lleva a cabo entre moléculas vecinas de una sustancia, debido a un gradiente de temperatura. El sentido del flujo de calor, siempre va de la región de alta temperatura a la región de baja temperatura, se alcanza el equilibrio térmico cuando ambas regiones alcanzan la misma temperatura (para un sistema aislado térmicamente). Éste tipo de transporte se lleva a cabo en todas las formas de la materia: sólidos, líquidos, gases y plasma. La conducción en los sólidos es debida a la vibración de las moléculas y/o átomos en una red cristalina, y en los metales también es debido al movimiento de los electrones libres. En los líquidos y gases la conducción es debida al movimiento aleatorio de las moléculas, lo que provoca la colisión y difusión de las mismas. En los tres estados de agregación se presenta cuando no existe movimiento relativo entre las partículas o moléculas.

TRANSFERENCIA DE ENERGÍA

En la figura 1, se considera una gran placa de material sólido de área A situada entre dos grandes láminas paralelas separadas por una distancia Y .

Para un instante de tiempo $t < 0$ (antes de iniciar el calentamiento), la temperatura del material sólido es T_0 en todas partes. En $t = 0$, la lámina inferior se lleva repentinamente a una temperatura ligeramente superior T_1 , que se mantiene constante. A medida que transcurre el tiempo, el perfil de temperatura de la placa cambia, y al fin se alcanza una distribución lineal de temperatura en estado estacionario. Una vez que se llega a la condición de estado estacionario, para mantener la diferencia de temperatura $\Delta T = T_1 - T_0$ se requiere una velocidad constante de flujo de calor Q a través de la lámina. Entonces, para valores suficientemente pequeños de ΔT se cumple la siguiente relación:

$$\frac{Q}{A} = k \frac{\Delta T}{Y} \quad \dots 2.1$$

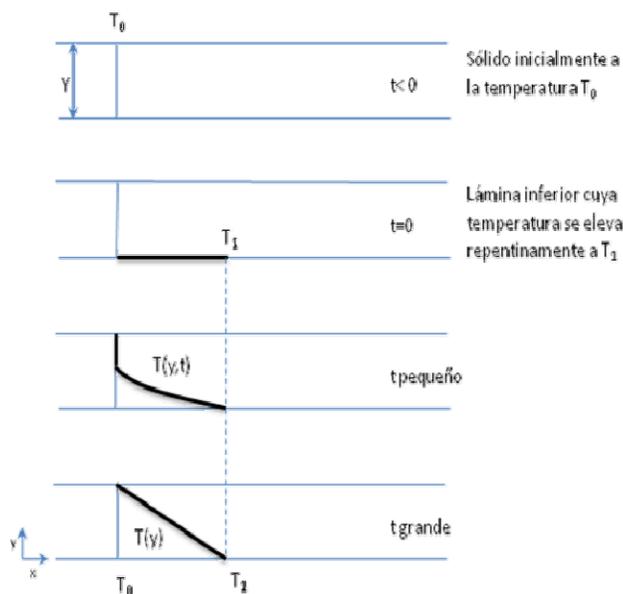


Figura 1.- Desarrollo del perfil de temperatura en estado estacionario para una placa sólida entre dos láminas paralelas

TRANSFERENCIA DE ENERGÍA

La velocidad de flujo de calor por unidad de área es proporcional a la disminución de temperatura sobre la distancia Y . La constante de proporcionalidad k es la *conductividad térmica* de la placa, que desde el punto de vista físico es una medida de la resistencia que ofrece el material al flujo de calor. La ecuación 1 también se cumple, si en medio de las dos láminas se coloca un líquido o un gas, tomando las precauciones pertinentes para eliminar los mecanismos de convección y radiación.

Si la distancia entre las láminas tiende a cero (condición límite), el flujo local de calor por unidad de área (densidad de flujo de calor o flux de calor) en la dirección y positiva la ecuación 1 toma la forma:

$$q_y = -k \frac{\Delta T}{dy} \quad \dots 2.2$$

La ecuación 2, es la forma unidimensional de la Ley de Fourier de la conducción de calor. Si la temperatura varía en las tres direcciones, entonces la ecuación 2 se escribe para cada una de las direcciones de coordenadas:

$$q_x = -k \frac{\Delta T}{dx} \quad q_y = -k \frac{\Delta T}{dy} \quad q_z = -k \frac{\Delta T}{dz} \quad \dots 2.3$$

Multiplicando las ecuaciones 2.1 por el vector unitario adecuado y sumando las ecuaciones resultantes, se obtiene:

$$q = -k \nabla T \quad \dots 2.4$$

La ecuación 3 es la forma tridimensional de la ley de Fourier. Esta ecuación describe el transporte molecular de calor en medios isotrópicos, es decir el material conduce con la misma conductividad térmica k en todas las direcciones.

TRANSFERENCIA DE ENERGÍA

Además de la conductividad térmica k definida en la ecuación 1, se utiliza también una cantidad conocida como *difusividad térmica* α y se define como:

$$\alpha = \frac{k}{\rho \hat{C}_p} \quad \dots 2.5$$

Donde, \hat{C}_p es la capacidad calorífica a presión constante del material, el acento circunflejo sobre el símbolo indica una cantidad por unidad de masa. Las unidades de la difusividad térmica son, (longitud)²/tiempo (mismas unidades que la viscosidad cinemática).

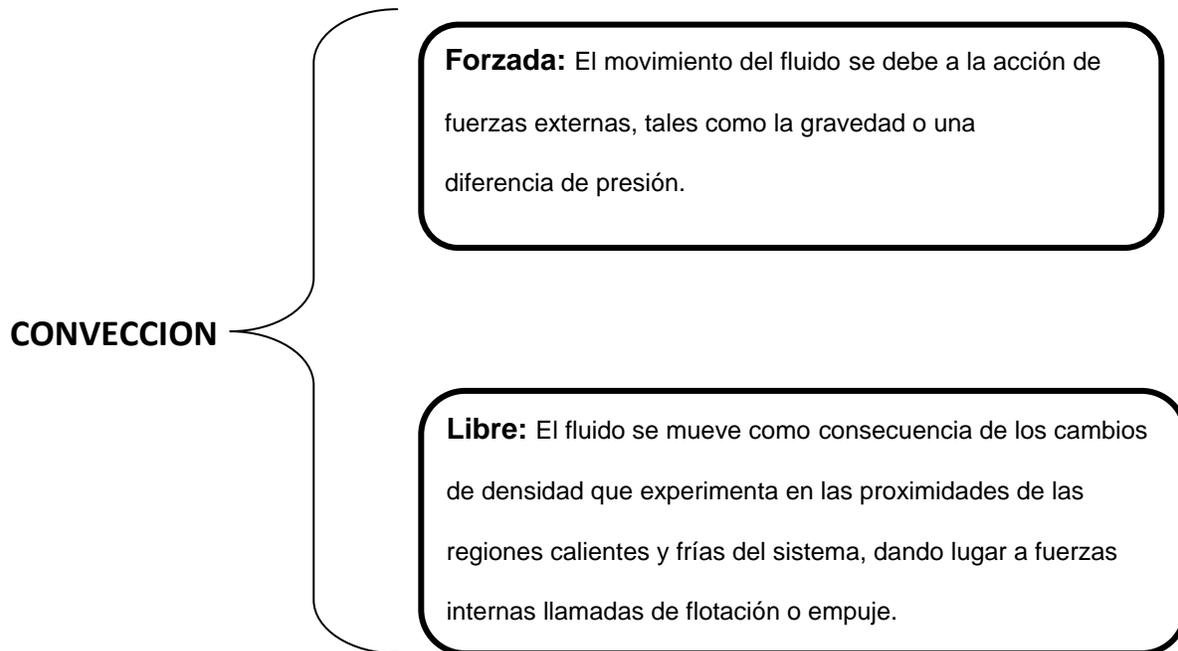
A la mayoría de los materiales se puede aplicar la ley de Fourier, con excepción de aquellos materiales de construcción y aislantes térmicos que presenta una estructura altamente porosa (no son medios continuos).

2.3 Transporte de Energía Convectiva

A los 60 años de edad Isaac Newton acepto un puesto como funcionario nacional y se desempeñó como responsable de la Casa de Moneda de su país (Inglaterra). Allí tenía como misión controlar la acuñación de monedas. Utilizando un horno a carbón de una cocina realizó el siguiente experimento: calentó al rojo un bloque de hierro, al retirarlo del fuego lo colocó en un lugar frío y observó como se enfriaba. Los resultados de tal observación dieron como resultado lo que hoy se conoce como la Ley de Enfriamiento de Newton, que se describe como:

$$q = h(T - T_a) \quad \dots 2.6$$

La energía también puede transportarse por el movimiento global del fluido. En aquellos sistemas en los que se intercambia calor entre una superficie sólida y un líquido en movimiento, el transporte de calor ocurre fundamentalmente por el mecanismo de convección.



En la figura 2 se muestran 3 elementos perpendiculares entre sí de área dS en el punto P, donde la velocidad del fluido es \mathbf{v} . La velocidad volumétrica del fluido a través del elemento de superficie dS perpendicular al eje x es $v_x dS$.

Entonces, la velocidad a la que se mueve la energía a través del mismo elemento de superficie es:

$$\left(\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho \hat{U}\right)v_x dS \quad \dots 2.7$$

Donde $\frac{1}{2}\rho v^2 = \frac{1}{2}\rho(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)$ es la energía cinética por unidad de volumen, y $\rho \hat{U}$ es la energía interna por unidad de volumen.

TRANSFERENCIA DE ENERGÍA

Expresiones similares a la ecuación 2.7, para la velocidad a que la energía se extiende a través de los elementos de superficie perpendiculares a los ejes y y z , multiplicándolas cada una por el vector unitario correspondiente y sumándolas, se obtiene, después de dividir entre dS .

$$\left(\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho \hat{U}\right) \delta_x v_x + \left(\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho \hat{U}\right) \delta_y v_y + \left(\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho \hat{U}\right) \delta_z v_z = \left(\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho \hat{U}\right) v \quad \dots 2.8$$

La ecuación 6 se denomina *vector de velocidad de flujo de energía convectiva*.

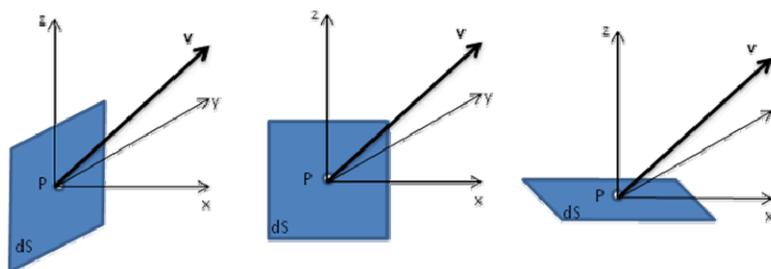


Figura 2.- Tres elementos de superficie de área dS perpendiculares entre sí a través de los cuales el fluido se mueve con velocidad v transporta energía por convección.

2.4 Trabajo Asociado con Movimientos Moleculares

Para sistemas de flujo es necesario explicar el calor agregado al sistema (por movimientos moleculares y por el movimiento global del fluido) y también el trabajo realizado sobre el sistema por los movimientos moleculares.

2.5 Conducción de Calor en una Aleta de Enfriamiento

Una aplicación de la conducción de calor es el cálculo de la eficiencia de una aleta de enfriamiento. Las aletas se usan para incrementar el área disponible para transmisión de calor entre paredes metálicas y fluidos que son malos conductores, como los gases.

TRANSFERENCIA DE ENERGÍA

Un ejemplo es su uso en el radiador de un automóvil que consiste en la circulación de agua caliente a través de una batería de tubos, donde se pierde calor y se transfiere al aire. En la figura 3 se muestra una aleta rectangular simple. La temperatura de la pared es T_w (superficie primaria) y la temperatura del aire ambiente es T_a . En estado estacionario, la cantidad de calor conducido hacia el interior del elemento en z es $q_{z|z}$ y es igual a la cantidad de calor conducida hacia el exterior, más la cantidad de calor pérdida por convección, ecuación 2.9.

$$q_{z|z} = q_{z|z+\Delta z} + q_c \quad \dots 2.9$$

En la figura 3 se muestra una aleta rectangular simple. La temperatura de la pared es T_w y la temperatura del aire ambiente es T_a .

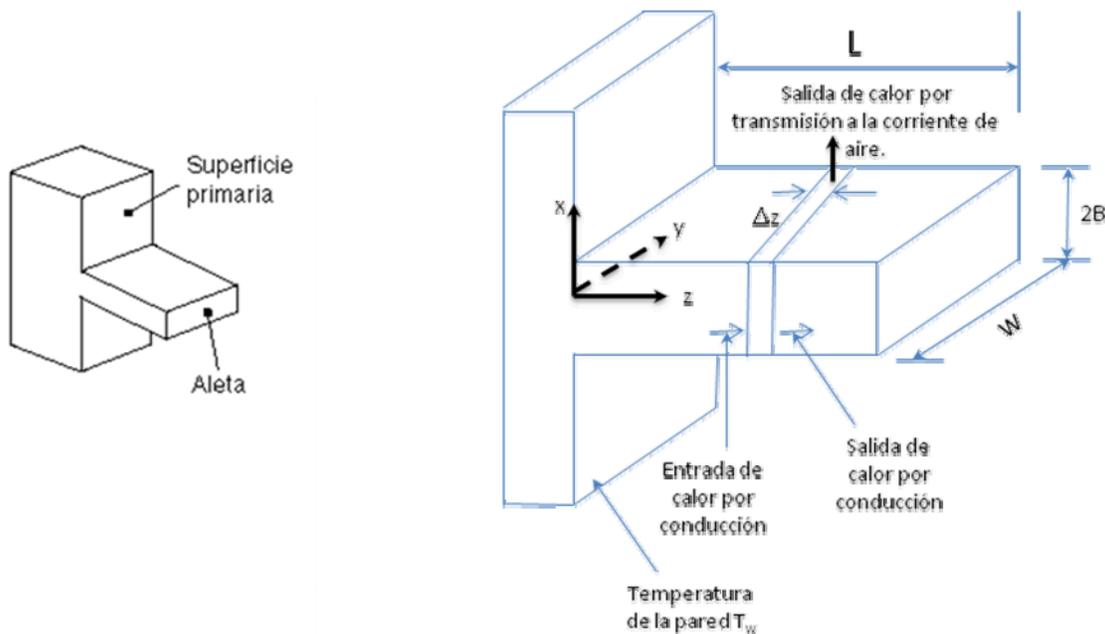


Figura 3.- Aleta de enfriamiento sencilla con $B \ll L$ y $B \ll W$

TRANSFERENCIA DE ENERGÍA

Sustituyendo la ecuación de Fourier para la conducción y la ecuación de convección, en la ecuación 2.9:

$$-kA \frac{dT}{dz} \Big|_z = -kA \frac{dT}{dz} \Big|_{z+\Delta z} + h(P\Delta z)(T - T_a) \quad \dots 2.10$$

Donde A es el área de corte transversal de la aleta en m^2 , P el perímetro de la aleta en m y $(P\Delta z)$ el área de convección. Ordenando la ecuación 2.10, dividiéndola entre Δz y hacer que Δz tienda a cero:

$$\frac{d^2T}{dz^2} - \frac{hP}{kA}(T - T_a) = 0 \quad \dots 2.11$$

Haciendo cambio de variable en $\theta = T - T_a$, la ecuación 2.11 se convierte en:

$$\frac{d^2\theta}{dz^2} - \frac{hP}{kA}\theta = 0 \quad \dots(2.12)$$

Condiciones límites:

$z = 0$	$\theta = \theta_0 = T_w - T_a$	
$z = L$	El extremo de la aleta se encuentra aislado (en $z=L$), se desprecia el calor por convección.	$\frac{d\theta}{dz} = 0$

Integrando la ecuación 2.12, de acuerdo a las condiciones límites:

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{\cosh[m(L-x)]}{\cosh mL} \quad \dots(2.13)$$

TRANSFERENCIA DE ENERGÍA

$$\text{Donde; } m = \left(\frac{hP}{kA} \right)^{1/2}$$

La ecuación 2.13, permite observar el cambio de temperatura a lo largo de una superficie extendida; muestra que el término m es constante en todas las posiciones a lo largo de la superficie. Esta expresión se utilizará posteriormente para obtener el perfil de temperaturas teóricas que presenta la barra sólida metálica utilizada en el experimento de calorimetría.

3. TRANSFERENCIA DE MASA

3.1 Introducción

En esta sección se presentan las bases para desarrollar los experimentos de transferencia de masa en el laboratorio, aplicando la **primera Ley de Fick**. También se incluye material relacionado con los coeficientes de transferencia de masa, para que sean aplicados al proceso de Absorción, y en específico en columnas de pared de mojada. El material documental se base en los textos aplicados a nivel licenciatura y en artículos de interés particular para la experimentación en el laboratorio.

Los procesos de transferencia de masa son la base para la comprensión de los Procesos de Separación como la Destilación, Absorción, Extracción Líquido-Líquido, Ósmosis Inversa, Adsorción, etc., todos ellos de interés para el Ingeniero Químico en el diseño de procesos y equipos. De esta forma un conocimiento profundo de los *procesos difusionales*, es decir la transferencia microscópica, conduce al manejo exitoso de los procesos de separación macroscópicos que intervienen en los procesos químicos. Cuando un sistema tiene dos o más componentes y la concentración de estos varía de un punto a otro, existe la tendencia para transferir masa minimizando las diferencias de concentración hasta que el sistema alcanza el *Equilibrio*. Cuando se habla de transferencia de masa se entiende que uno de los componentes de una mezcla se transporta de la región de más alta concentración hacia la región de menor concentración, llamando a esta diferencia *Fuerza Impulsora*. La ecuación 3.1 muestra que el flux de materia, N_A , con relación a la área expuesta al transporte y se define como,

$$N_A = \kappa_c (C_A - C_{A\infty}) \quad \dots 3.1$$

donde:

TRANSFERENCIA DE MASA

N_A , es el Flux de Difusión, $\left(\frac{M}{\theta L^2}\right)$

C_A y $C_{A\infty}$ son las concentraciones en las dos regiones

k_c , es el coeficiente de transferencia de masa.

Existen dos mecanismos de transportes de masa análogos a la transferencia de calor, estos son:

- Transporte Molecular
- Transporte Convectivo

Cuando no hay efectos convectivos se observa que las especies de una mezcla cambian de concentración de un punto a otro de manera natural como se observa en la figura 3.1, a este transporte se le conoce como *Difusión Molecular*. Cuando el transporte de masa obedece al movimiento de los fluidos en un sistema, es decir a su dinámica, a este mecanismo se le conoce como *Transferencia de Masa por Convención*. Regularmente estos dos mecanismos se presentan en la transferencia de masa; sin embargo alguno de ellos gobierna el transporte y se convierte en el más importante.

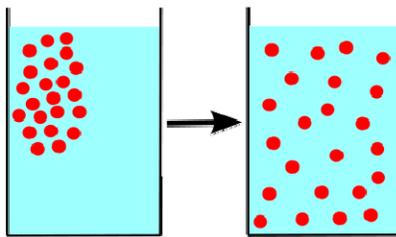


Figura 3.1. Difusión molecular

Debido a que en la transferencia de masa se tiene presente el manejo de concentraciones en sus diferentes formas, es conveniente presentar sus diversas conversiones tal como aparecen en la tabla 3.1 (Bird 2002).

Tabla 3.1 Notación para concentraciones en sistemas binarios

Definiciones Básicas	$\rho = \rho_A + \rho_B =$ Densidad de la solución (g/cm ³) $\rho_A = c_A M_A =$ Concentración masa de A (g de A/cm ³ de solución) $\omega_A = \frac{\rho_A}{\rho} =$ Fracción masa de A	
	$c = c_A + c_B =$ Densidad molar de la solución (gmol/cm ³) $c_A = \frac{\rho_A}{M_A} =$ Concentración molar de A (gmol de A/cm ³ de solución) $x_A = \frac{c_A}{c} =$ Fracción mol de A	
	$M = \frac{\rho}{c} =$ Peso molecular medio de la mezcla	
Relaciones adicionales, solo de referencia	$x_A + x_B = 1$ $x_A M_A + x_B M_B = M$ $x_A = \frac{\frac{\omega_A}{M_A}}{\frac{\omega_A}{M_A} + \frac{\omega_B}{M_B}}$ $dx_A = \frac{d\omega_A}{M_A M_B \left(\frac{\omega_A}{M_A} + \frac{\omega_B}{M_B} \right)^2}$	$\omega_A + \omega_B = 1$ $\frac{\omega_A}{M_A} + \frac{\omega_B}{M_B} = \frac{1}{M}$ $\omega_A = \frac{x_A M_A}{x_A M_A + x_B M_B}$ $d\omega_A = \frac{M_A M_B dx_A}{(x_A M_A + x_B M_B)^2}$

3.2 Primera Ley de Fick

La Teoría de la Difusión se sustenta en los trabajos que realizaron los investigadores Adolf Eugen Fick (1855) , Egring y Barrer (1937), quienes se interesaron por las matemáticas,

TRANSFERENCIA DE MASA

química y física aplicadas, y en específico a los procesos difusionales. En 1855, Fick confirmó que la disolución de materia es debida a fuerzas moleculares y comparables a las leyes de conducción de la electricidad de Ohm y de calor de Fourier. Los resultados de su hipótesis fueron consistentes con los trabajos de Thomas(ref) relativos a la difusión de gases (ref 1833), y queda expresada como **“La Primera Ley de Fick”**, que en una sola dirección es:

Ley de Fick de la Difusión
$$J_{AZ} = -D_{AB} \frac{dC_A}{dz} \quad \dots 3.2$$

La figura 3.2 muestra la difusión de gases cuando se ponen en contacto a través de una pared semipermeable.

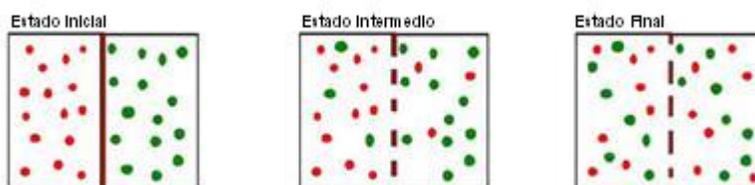


Figura 3.2 Difusión de Gases

El transporte molecular de materia se conoce como Difusión ordinaria. Al igual que la Ley de Newton de la viscosidad, donde el transporte de Momentum obedece a un gradiente de velocidades y el transporte de calor de la ley de Fourier de la conducción obedece a un gradiente de temperaturas; así también la transferencia de masa es debida a un gradiente de concentraciones. Estas analogías se representan con ecs. 3.3, 3.4 y 3.5 para transporte unidireccional.

Ley de Newton de la Viscosidad
$$\tau_{yx} = -\mu \frac{dv_x}{dy} \quad \dots 3.3$$

Ley de Fourier de la Conductividad
$$q = -\mathcal{K} \frac{dT}{dx} \quad \dots 3.4$$

Ley de Fick de la Difusión
$$J_{AZ} = -D_{AB} \frac{dC_A}{dz} \quad \dots 3.5$$

En 1855, Adolf Fick, inspirado en sus experimentos postuló matemáticamente el transporte de masa difusional (ecuación 3.6). En 1803 en Francia, Bertholot escribió que el flujo de masa por difusión, en un plano transversal es proporcional al gradiente de concentración.

$$J_{AZ} = -D_{AB} \nabla C_A \quad \dots 3.6$$

donde,

J_{AZ} , es el Flux de Difusión Molecular, $\left(\frac{M}{\theta L^2}\right)$

D_{AB} es el Coeficiente de Difusión, $\left(\frac{L^2}{\theta}\right)$

y C_A la concentración de la especie A, $\left(\frac{M}{L^3}\right)$

El Flux de masa, N_{AZ} , de la especie A, referido a la transferencia de masa por convección y difusión molecular unidireccional en ejes estacionarios, queda expresado en la siguiente ecuación como:

$$N_{AZ} = -C D_{AB} \frac{dy_A}{dz} + y_A (N_{Az} + N_{Bz}) \quad \dots 3.7$$

donde,

y_A es la fracción mol de la especie A.

N_{AZ} y N_{BZ} son en suma el Flux total de las especies A y B en la dirección z.

C es la densidad de la mezcla.

Esta expresión es útil para el transporte de masa en estado estacionario y se aplica a diversas geometrías para cuantificar el coeficiente de difusión por métodos experimentales.

3.3 Celdas de Arnold ó Stefan modificada (Arnold, 1944)

Estas celdas han sido ampliamente usadas para determinar la difusividad en la evaporación de solventes, Figura 3.3. Su construcción ha sido tanto en metal como en vidrio. El principio se basa en la medición de la masa de la especie A evaporada en la celda a través de la especie B, que es un gas estancado ($N_B = 0$), a presión y temperatura constante a régimen permanente. Bajo estas condiciones, la integración de la ecuación 3.7 resulta,

$$N_{AZ} = \frac{C D_{AB}}{(z_2 - z_1)} (y_{A1} - y_{A2}) \quad \dots 3.8$$

donde:

C es la concentración total o la densidad de la mezcla gaseosa ($C=P/RT$).

$(z_2 - z_1)$ es la diferencia de la altura que ocupa el gas en la celda, esto es en la región del gas estancado (esta diferencia se mide normalmente con un catetómetro).

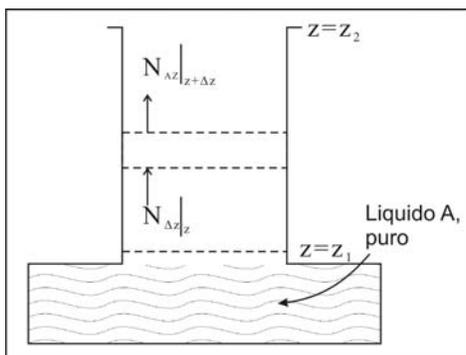


Figura 3.3 celda de Difusión de Arnold

Ecuaciones equivalentes a la ecuación 3.8 se han obtenido para cuantificar el Flux, N_{AZ} , de un sólido sublimado, de una gota de líquido evaporado y en la transferencia de masa en una columna de pared mojada, donde el modelo gas estancado corresponde a la película interfacial entre las fases líquida y gas.

3.4 Teoría de la Película, para la transferencia de masa

Se han desarrollado varios modelos para describir el fenómeno de la transferencia de masa entre fluidos, entre ellos está la propuesta de Whitman (1923), que es la de más sencilla comprensión. Esta teoría muestra que la resistencia completa a la transferencia de masa reside en la película inmóvil que se forma entre los fluidos. El espesor de la película, la cuál es más grande que la subcapa laminar, es tal que proporciona la misma resistencia a la transferencia de masa por difusión molecular que la que existe por el proceso convectivo real.

Este modelo considera entonces que toda la resistencia está contenida en las dos películas, tal como lo muestra en la figura 3.4, y por tal motivo las concentraciones interfaciales están en equilibrio y se pueden determinar a partir de la curva de distribución de equilibrio que puede ser expresada como,

$$y_{Ai} = f(x_{Ai}) \quad \dots 3.9$$

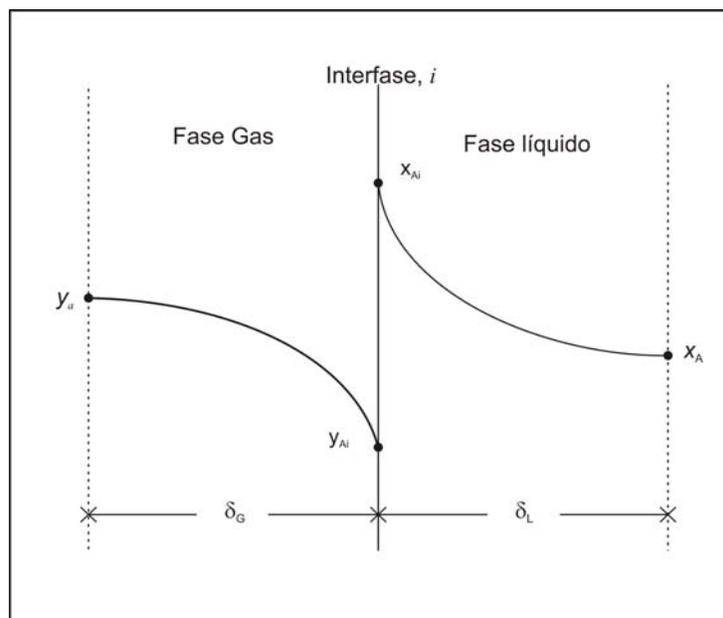


Figura 3.4 Perfil de concentraciones entre fases líquido – gas

TRANSFERENCIA DE MASA

donde:

δ_G y δ_L , son los espesores de la película en cada fase.

y_{Ai} y x_{Ai} , son las composiciones del gas y del líquido en la interfase.

La relación de equilibrio que aplica para soluciones diluidas es la ley de Henry, ec. 3.10,

$$p_A^* = HC_{AL} \quad \dots 3.10$$

donde:

H, es la constante de Henry.

p_A^* , es la presión parcial de equilibrio del componente A.

La ecuación 3.10 también puede escribirse en términos de la fracción mol, siendo en la interfase,

$$y_{Ai} = mx_{Ai} \quad \dots 3.11$$

Por otra parte cuando la solución es ideal se aplica la ley de Raoult ($y_i P = x_i P_i^{sat}$) y la constante, m, de la ecuación 3.11 se convierte en la relación, ($\frac{P_A^o}{P}$), donde P es la presión total y P_A^o es la presión de vapor de la especie A.

3.6 Coeficientes de Transferencia de Masa

Como ya se mencionó, en el transporte de masa por convección hay una forma conveniente para determinar el Flux de transferencia de masa que es,

$$\text{Flux} = (\text{Coeficiente})(\text{Fuerza Impusora}) \quad \dots 3.12$$

TRANSFERENCIA DE MASA

Esta ecuación toma como base la Ley de Enfriamiento de Newton, siendo en este caso la diferencia de concentraciones la fuerza impulsora, pudiendo expresarse como,

$$N_A = k_G (P_{A1} - P_{A\infty}) \quad \dots 3.13$$

ó también,

$$N_A = k_C (C_{A1} - C_{A\infty}) \quad \dots 3.14$$

donde,

k_G y k_C , son los coeficientes convectivos a la transferencia de masa, con fuerza impulsora expresada en presiones parciales, ecuación 3.13 y en concentraciones, ecuación 3.14.

Retomando la ecuación 3.8 se puede escribir, en términos de la presión parcial como,

$$N_A = \frac{P D_{AB}}{RT \delta P_{BM}} (P_{A1} - P_{A\delta}) \quad \dots 3.15$$

donde,

δ , es el espesor de la película (comparativamente para la celda de Arnold)

$$\delta = (x_2 - x_1)$$

P, la presión total.

P_{BM} , es la presión del componente B, expresada como valor medio logarítmico.

TRANSFERENCIA DE MASA

Así comparando las expresiones 3.13 y 3.15 el coeficiente de transferencia de masa, k_G , resulta,

$$k_G = \frac{P D_{AB}}{RT \delta P_{BM}} \quad \dots 3.16$$

Existe también el Flux de masa para contradifusión equimolar (como ocurre en el proceso de separación por destilación), donde, $N_A = -N_B$, y la ecuación 3.15 se convierte en:

$$N_A = \frac{D_{AB}}{\delta} (C_{A1} - C_{A2}) = k'_C (C_{A1} - C_{A2}) \quad \dots 3.17$$

Donde,

k'_C , es el coeficiente individual o de película de la contradifusión equimolar.

La tabla 3.2 muestra diversas formas de expresar estos coeficientes para ambos casos, como película estancada y contradifusión equimolar.

TRANSFERENCIA DE MASA

Tabla 3.2 Coeficientes de Masa

<i>Contradifusión equimolar</i>		<i>Difusión a través de una película estática</i>		<i>Unidades de los coeficientes de transferencia de masa</i>
<i>Flujo</i>	<i>Coefficiente de transferencia de masa</i>	<i>Flujo</i>	<i>Coefficiente de transferencia de masa</i>	
Gases:		Gases:		
$N_A = k'_c(C_{A1} - C_{A\delta})$	$k'_c = \frac{D_{AB}}{\delta}$	$N_A = k_c(C_{A1} - C_{A\delta})$	$k_c = \frac{PD_{AB}}{\delta(\bar{P}_B)_M}$	mol (tiempo)(área)(mol/vol)
$N_A = k'_c(P_{A1} - P_{A\delta})$	$k'_c = \frac{D_{AB}}{\delta RT}$	$N_A = k_G(\bar{P}_{A1} - \bar{P}_{A\delta})$	$k_G = \frac{PD_{AB}}{\delta RT(\bar{P}_B)_M}$	mol (tiempo)(área)(presión)
$N_A = k'_y(y_{A1} - y_{A\delta})$	$k'_y = \frac{PD_{AB}}{\delta RT}$	$N_A = k_y(y_{A1} - y_{A\delta})$	$k_y = \frac{P^2 D_{AB}}{\delta RT(\bar{P}_B)_M}$	mol (tiempo)(área)(fracción mol)
Líquidos:		Líquidos:		
$N_A = k'_L(C_{A1} - C_{A\delta})$	$k'_L = \frac{D_{AB}}{\delta}$	$N_A = k_L(C_{A1} - C_{A\delta})$	$k_L = \frac{D_{AB}}{\delta(x_B)_M}$	mol (tiempo)(área)(mol/vol)
$N_A = k'_x(x_{A1} - x_{A\delta})$	$k'_x = \frac{CD_{AB}}{\delta}$	$N_A = k_x(x_{A1} - x_{A\delta})$	$k_x = \frac{CD_{AB}}{\delta(x_B)_M}$	mol (tiempo)(área)(fracción mol)

Debe considerarse que el Flux a la transferencia de masa se puede dar en conjunto con una reacción química, aumentando así la complejidad de problema de transporte, existen muchos casos en ingeniería química donde aplican estas reacciones químicas, por ejemplo en procesos como absorción o en el transporte de materia sobre un catalizador.

Los coeficientes de transferencia de masa se interrelacionan por medio de la curva de equilibrio entre las fases, tal como se muestra en la figura 3.5. En esta figura se observa que la línea de unión o de reparto entre las condiciones de *bulto* de gas, punto O, y la curva de equilibrio, en **I**, tiene una pendiente cuyo valor es,

$$-m = \frac{k_x}{k_y} \quad \dots 3.16$$

ya que,

TRANSFERENCIA DE MASA

$$N_A = k_x(x_{At} - x_A) \quad \dots 3.17$$

$$N_A = k_y(y_A - y_{At}) \quad \dots 3.18$$

donde,

k_x y k_y son llamados coeficientes de película.

Como existe una relación entre coeficientes de película y los coeficientes globales por medio de sus resistencias (la inversa de un coeficiente de transferencia de masa es la resistencia) se pueden escribir las siguientes expresiones, considerando la figura 3.4 y la suma de las resistencias de cada una de las películas.

$$\frac{1}{k_y} = \frac{1}{k_y} + \frac{1}{k_x} \quad \dots 3.20$$

$$\frac{1}{K_x} = \frac{1}{k_x} + \frac{1}{m^*k_y} \quad \dots 3.21$$

Siendo el Flux de transferencia,

$$N_A = K_y(y_A - y_A^*) = K_x(x_A^* - x_A) \quad \dots 3.22$$

y K_y y K_x , los coeficientes globales

TRANSFERENCIA DE MASA

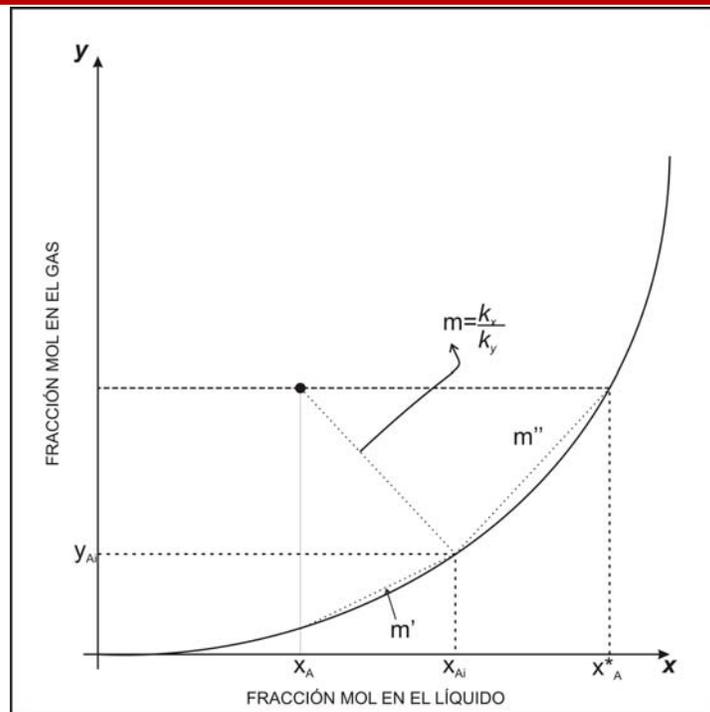


Figura. 3.4 Composiciones de Bulbo punto O, Interfaciales, I, y la línea de reparto OI

3.6 Modelos para la Estimación de los Coeficientes de Transferencia de Masa en Diversas Geometrías (Welty, Wilson y Wicks, 2005)

Transferencia de Masa en Placas, Esferas y Cilindros

Se han obtenido muchos datos para la transferencia de masa entre un fluido que se mueve en ciertas formas geométricas como: placas planas, esferas y cilindros. Las técnicas que se utilizan incluyen la sublimación de un sólido, la vaporización de un líquido al aire y la disolución de un sólido en agua.

Si se correlacionan los datos en términos de parámetros adimensionales estas ecuaciones empíricas pueden ampliarse a otros fluidos en movimiento y a superficies geoméricamente similares.

(A) Placa Plana

Varios investigadores han medido la evaporación desde una superficie líquida libre o la sublimación desde una superficie sólida volátil, plana, a una corriente de aire controlada. Se encontró que los datos satisfacen favorablemente las ecuaciones teóricas para capas límite laminares y turbulentas en términos del número de Nusselt, Nu , ($Nu = k_c L / D_{AB}$, también conocido como número de Sherwood)

$$Nu_{AB} = 0.664 Re^{1/2} Sc^{1/3} \quad (\text{laminar}) \quad \dots 3.23$$

$$Nu_{AB} = 0.036 Re^{0.8} Sc^{1/3} \quad (\text{turbulento}) \quad \dots 3.24$$

Estas ecuaciones pueden utilizarse si el número de Schmidt ($Sc = \mu / \rho D_{AB}$) se encuentra en el intervalo $0.6 < Sc < 2500$. Se encontró que a una distancia, L , de la orilla de referencia de la placa plana, la solución exacta a la capa límite laminar, es,

$$Nu_{AB} = 0.332 Re^{1/2} Sc^{1/3} \quad \dots 3.25$$

La ecuación 3.25 concuerda con los datos experimentales.

(B) Esfera

Los investigadores han estudiado la transferencia de masa de esferas aisladas y han correlacionado el número de Nusselt para la transferencia de masa por adición directa de los términos que representan la transferencia que se debe únicamente a la difusión molecular y la transferencia por convección forzada, en la forma,

$$Nu_{AB} = 2.0 + C Re^m Sc^{1/3} \quad \dots 3.26$$

donde,

C y m son constantes.

La ecuación de Frössling, ecuación 3.26, correlaciona los datos experimentales para la transferencia de gases, cuando los números de Reynolds se encuentran entre 2 y 800 y para un intervalo del número de Schmidt entre 0.6 y 2.7, obteniendo,

$$\text{Nu}_{AB} = 2.0 + 0.552\text{Re}^{1/2}\text{Sc}^{1/3} \quad \dots 3.27$$

(C) Cilindro

Varios investigadores han estudiado la sublimación de un cilindro sólido dentro de una corriente de aire que fluye en dirección perpendicular a su eje. Se han reportado también resultados de la disolución del cilindros sólidos en una corriente de agua turbulenta. Bedingfield y Drew correlacionaron los datos disponibles por medio de la expresión,

$$\frac{k_c P S_c^{0.5}}{G_m} = 0.281(\text{Re}'s)^{0.4} \quad \dots 3.28$$

donde

Re', es el número de Reynolds en términos del diámetro del cilindro

G_m, es la masa velocidad molar del gas

P, es la presión total

(D) *Transferencia de Masa en Presencia de Flujo Turbulento en Tuberías*

La transferencia de masa desde la pared interior de un tubo hacia un fluido en movimiento se ha estudiado ampliamente por Gilliland y Sherwood, obteniendo la siguiente correlación:

$$\frac{k_c D + P_{BML}}{D_{AB} + P} = 0.023\text{Re}^{0.8}\text{Sc}^{0.44} \quad \dots 3.29$$

donde

D, es el diámetro interior del tubo.

TRANSFERENCIA DE MASA

P_{BML} , es la presión media logarítmica del gas portador, evaluada entre la composición en la superficie y en el seno de la corriente.

P , es la presión total.

D_{AB} , es la difusividad del componente que se difunde, A, en el gas portador que fluye B y ,

Re y Sc , son los parámetros adimensionales evaluados a las condiciones del seno de la corriente que fluye.

Esta correlación es confiable en el siguiente intervalo $200 < Re < 35\ 000$; $0.6 < Sc < 2.5$

(E)Transferencia de Masa en Columnas de Pared Mojada

Experimentalmente se usan en el laboratorio columnas como las que se muestran en la figura 3.5, donde se prueban sistemas de absorción y Humidificación del aire, aplicando la correlación de Vivian y Peaceman, ecuación 3.30, para la determinación del coeficiente, k_G .

$$Sh_L = 0.724(Sc_L)^{\frac{1}{2}}(Ga_L)^{\frac{1}{3}}(Re_L)^{0.333} \quad \dots 3.30$$

Donde,

Ga , es el número de Galileo ($Ga = \rho^2 g z^3 / \mu^2$)

Sh_L , es el número de Sherwood ó de Nusselt, que puede escribirse como,

$$Sh = k_G p_{BML} / CD_{AB}.$$

La columna mostrada en la figura 3.5, se utilizará en este laboratorio para determinar los coeficientes de transporte en la difusión de O_2 del aire, en agua y en la humidificación del aire.

TRANSFERENCIA DE MASA



Fig. 3.5. Columna de Pared Mojada

(F)Transferencia de Masa en Lechos Empacados y Fluidizados

Los lechos empacados y fluidizados son de uso común en las operaciones industriales de transferencia de masa, éstas incluyen absorción, intercambio de iones, cromatografía y reacciones gaseosas que son catalizadas por superficies sólidas. En general, la concordancia entre los investigadores no es satisfactoria debido a las dificultades experimentales. Sherwood, Pigford y Wilke representaron en forma gráfica la mayoría de los datos para la transferencia de masa en lechos empacados con fluidos de una sola fase y flujos de gas. La Figura 3.6 muestra la relación entre el coeficiente, k_c , por medio del factor J_D , y la velocidad superficial media del fluido, U_{av} , para diversos sistemas gaseosos y líquidos.

TRANSFERENCIA DE MASA

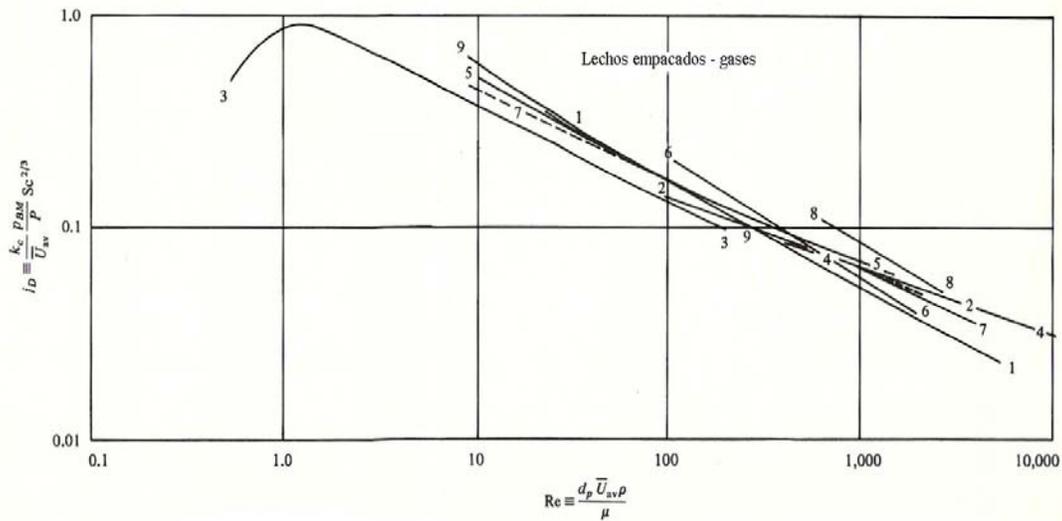


Figura 3.6. Transferencia de masa entre gases y partículas fluyendo en lechos empacados

Tabla 3.3 Datos de transferencia de masa en lechos empacados, aplica a Figura 3.6.

(Sherwood, Pigford y Wilke)

Línea	Sistema	d_p , cm	Sc
Gases:			
1	Water-air	0.23-1.9	0.61
2	$C_{10}H_{12}$ -air, He	0.64	2.7, 4.1
3	$C_{10}H_{12}$ -air	0.4-0.8	2.6
4	$C_{10}H_{12}$ -air	0.64-1.27	2.6
5	Water-air	1.6	0.61
6	Water-air	1.6	0.61
7	$C_{10}H_{12}$ -air	0.069-1.4	2.6
8	Water-air	1.6	0.61
9	Various†	0.78	0.61-5.1
Liquids:			
1	Water-isobutanol	0.91	865
	Water-methyl ethyl ketone	0.91, 1.61	776
2	Water-benzoic acid	0.63	(1850?)
3	Water-benzoic acid	0.056-0.21‡	(1850?)
4	Water-2-naphthol	0.32-0.64	1189-1456
5	Benzene-salicylic acid	0.063-1.27	{ 340-434 } { 10,100- } { 12,300 } { 159-185 }
	<i>n</i> -Butanol-succinic acid		
	Acetone-succinic acid		

TRANSFERENCIA DE MASA

Sherwoody Holloway, obtuvieron la correlación expresada en la ecuación 3.31, para torres empacadas en la absorción de gases,

$$k_L \cdot a / D_{AB} = \alpha (L/\mu)^{1-n} (\mu/\rho D_{AB})^{0.5} \quad \dots 3.31$$

Donde,

$k_L \cdot a$, está en [lbmol/(hpie³(lbmol/pie³))]

L , en [lbh⁻¹pie⁻²]

μ , en [lbh⁻¹pie⁻¹]

ρ , en [lb pie³]

P_{AB} , en [pie² h⁻¹]

α , coeficiente del empaque

Los diversos valores de, α y n , para diversos empaques se dan en la tabla 3.3

Tabla 3.3 Coeficientes de Empaque para la ecuación (3.34)

Empaque	α	n
Anillos de 2 pulg	80	0.22
Anillos de 1 ½ pulg	90	0.22
Anillos de 1 pulg	100	0.22
Anillos de ½ pulg	280	0.35
Anillos de 3/8 pulg	550	0.46
Silletas de 1 ½ pulg	160	0.28
Silletas de 1 pulg	170	0.28
Silletas de ½ pulg	150	0.28
Espirales de cerámica de 3 pulg	110	0.28